

### ১নং (ক) প্রশ্নের উত্তর

দেওয়া আছে,

$$x+y+z=2$$

$$\therefore z = 2-x-y$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = xy+z-1$$

$$= xy+2-x-y-1$$

$$= xy-x-y+1$$

$$= x(y-1)-1(y-1)$$

$$= (y-1)(x-1)$$

$$= (x-1)(y-1)$$

ক)  $xy+z-1$  কে উপর্যুক্ত বিশেষ করে।

(প্রদত্ত কন্ডের সাহায্য নিয়ে  $z$  প্রতিস্থাপন করে উপর্যুক্ত বিশেষ করে।)

### ১নং (খ) প্রশ্নের উত্তর

দেওয়া আছে,  $x+y+z=2$

$$\text{এবং } x^2 + y^2 + z^2 = 3$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2$$

$$= 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$

$$= 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx)$$

$$\text{আমরা জানি, } (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\text{বা, } (2)^2 = 3 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\text{বা, } 4 - 3 = 2(xy + yz + zx)$$

$$\text{বা, } 1 = 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore xy + yz + zx = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 &= 2 \cdot 3 - 2 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 6 - 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

খ)  $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$

এর মান নির্ণয় করে।  
(দেওয়া কন্ডের সাহায্য নিয়ে উপর্যুক্ত বিশেষ করে।)

## ১নং (গ) প্রশ্নের উত্তর

দেওয়া আছে,

$$x+y+z=2$$

$$\text{এবং } x^2 + y^2 + z^2 = 3$$

$$\text{'খ' হতে, } xy+yz+zx=\frac{1}{2}$$

$$\text{এখন, } (x+y+z)(xy+yz+zx) = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } x^2y + xyz + x^2z + xy^2 + zy^2 + xyz + xyz + z^2y + z^2x = 1$$

$$\text{বা, } x^2y + x^2z + xy^2 + zy^2 + z^2y + z^2x + 3xyz = 1$$

$$\text{বা, } x^2y + x^2z + xy^2 + zy^2 + z^2y + z^2x + 3 \cdot 4 = 1$$

$$\text{বা, } x^2y + x^2z + xy^2 + zy^2 + z^2y + z^2x + 12 = 1$$

$$\text{বা, } x^2y + x^2z + xy^2 + zy^2 + z^2y + z^2x = 1 - 12$$

$$\therefore x^2y + x^2z + xy^2 + zy^2 + z^2y + z^2x = -11$$

$$\text{আবার, } (x+y+z)(x^2+y^2+z^2) = 2 \cdot 3$$

$$\text{বা, } x^3 + xy^2 + z^2x + x^2y + y^3 + z^2y + x^2z + zy^2 + z^3 = 6$$

$$\text{বা, } x^3 + y^3 + z^3 + x^2y + x^2z + xy^2 + zy^2 + z^2y + z^2x = 6$$

$$\text{বা, } x^3 + y^3 + z^3 - 11 = 6$$

$$\text{বা, } x^3 + y^3 + z^3 = 6 + 11$$

$$\therefore x^3 + y^3 + z^3 = 17$$

৭)  $x^3 + y^3 + z^3$  এর মান নির্ণয় কর।  
 (প্রথমে  $(x+y+z)$  ও  $(xy+yz+zx)$  এর মান বের করে এবং প্রথম তথ্যের সাহায্যে  
 করে  $x^2y + x^2z + xy^2 + zy^2 + z^2y + z^2x$  এর মান নির্ণয় করবে।  
 এরপর  $(x+y+z)$  ও  $(x^2+y^2+z^2)$  গুণ করে এবং প্রথম তথ্যের সাহায্যে করে  
 $x^3 + y^3 + z^3$  এর মান নির্ণয় করবে।)

## ১নং (ঘ) প্রশ্নের উত্তর

৭) প্রমাণ কর যে,  
 $\frac{1}{xyz-1} + \frac{1}{yzx-1} + \frac{1}{zxy-1} = -\frac{2}{9}$   
 (যেখানকার উপস্থাপনকে বিবেচনা করে '৩' এর  
 লগাফা নেয়া যাবে পারে।)

'ক' হতে,  $xy+z-1=(x-1)(y-1)$

'খ' হতে,  $xy+yz+zx = \frac{1}{2}$

দেওয়া আছে,  $xyz=4$

$$x+y+z=2$$

$$\therefore x = 2-y-z$$

$$\therefore y = 2-z-x$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{1}{xy+z-1} + \frac{1}{yz+x-1} + \frac{1}{zx+y-1} \\ &= \frac{1}{(x-1)(y-1)} + \frac{1}{yz+2-y-z-1} + \frac{1}{zx+2-z-x-1} \\ &= \frac{1}{(x-1)(y-1)} + \frac{1}{yz-y-z+1} + \frac{1}{zx-z-x+1} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{(x-1)(y-1)} + \frac{1}{y(z-1)-1(z-1)} + \frac{1}{z(x-1)-1(x-1)}$$

$$= \frac{1}{(x-1)(y-1)} + \frac{1}{(z-1)(y-1)} + \frac{1}{(x-1)(z-1)}$$

$$= \frac{z-1+x-1+y-1}{(x-1)(y-1)(z-1)}$$

$$= \frac{2-3}{(x-1)(yz-y-z+1)}$$

$$= \frac{-1}{xyz-xy-zx+x-yz+y+z-1}$$

$$= \frac{4+2-xy-yz-zx-1}{-1}$$

$$= \frac{5-(xy+yz+zx)}{-1}$$

$$= \frac{-1}{5-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{-1}{\frac{10-1}{2}}$$

$$= \frac{-1}{\frac{9}{2}}$$

$$= -1 \times \frac{2}{9}$$

$$= -\frac{2}{9}$$